

método iterativo para el cálculo de mallas tesas

José Manuel ANTON CORRALES, Dr. Ing. de Caminos
y Alfonso RECUERO FORNIES, Ing. de Caminos

458 - 2

El presente trabajo ha sido realizado por sus autores en el Instituto Eduardo Torroja. Desean expresar su gratitud al Instituto y a los compañeros que con ellos han colaborado.

sinopsis

El artículo indica un método iterativo para el cálculo de mallas tesas que permite aproximar tanto como se desee, la solución teórica exacta, con la única simplificación de considerar los cables rectos entre cada dos nudos. El método ha sido probado por los autores con éxito, incluso en mallas muy planas.

1 Descripción de las mallas calculables por nuestro método

1.1. Planteamiento

Las mallas tesas son estructuras poco comunes por sus:

grandes dimensiones posibles;

poco peso (menor que la succión de viento) que obliga a un pretensado en muchos casos;

propiedades claramente no lineales si la malla es ligera: los desplazamientos y tensiones no son función lineal de las cargas; no se pueden superponer casos de carga sumando las tensiones debidas a cada uno.

Existe una abundante literatura sobre estas estructuras, de la que no citaremos más que dos colecciones de trabajos (1) y (2).

Aunque algunos autores (Tsuboi en la piscina olímpica de Tabsio) han rigidizado cables y dispuesto amortiguadores para reducir vibraciones, y aunque la flexión de los cables en los nudos pudiera presentar problemas, suele admitirse que la malla es un conjunto de cables uniendo nudos, susceptibles de transmitir únicamente esfuerzos de tensión, no de compresión o momentos, y en general pretensada, lo que obliga a diseñar estructuras de doble curvatura, como el hiperboloide.

Se ha supuesto que un cable es un resorte, con un coeficiente elástico dado (E) y una tensión inicial dada (t). Se dan los nudos en la posición inicial, así como los nudos fijos o ancla-

Notación

- A' = número de anclajes
 $A = t_{ij} + E_{ij} (M_{ij}/m_{ij} - 1)$ en la barra considerada, a efectos de definir T_{ij}
 A_d = componente d ($d = 3i - 3 + c$) de la corrección a hacer sobre $y_{i,c}$ para aproximar la solución $Y_{i,c}$ en corrimientos
 a = índices de coordenadas ($3i + c - 3 \dots$) en ecuaciones en las que no proceda explicar qué significa cada coordenada
 $B = 3(D + 1)$ = anchura de banda de la matriz de las ecuaciones
 B_i = variable auxiliar al calcular las ecuaciones
 b como a
 $C = P/S$
 c, c' = componentes (1 es x , 2 es y , 3 es z)
 C_i = variable auxiliar al describir la formación de la matriz
 $\partial_d ()$ = operador derivada con respecto a la componente d [$y_{i,c}$, con $d = 3(i - 1) + c$]
 D = máx ($j - i$) para todo cable (i, j)
 E = constante de elasticidad de un resorte, razón de incremento de tensión a incremento de alargamiento
 E_{ij} = constante E del cable (i, j)
 $F_{i,c}$ = componente c de la fuerza aplicada en el nudo i
 G_{ij} = parámetro auxiliar. Es 0 si $T_{ij} = 0$; 1 en caso contrario
 i, j, k, i' = índices de nudos. En general $i < j$ si (i, j) designa un cable
 J = número de nudos
 M = longitud de un cable
 m = longitud inicial de un cable
 M_{ij}, m_{ij} = M y m del cable (i, j)
 P = límite propuesto para módulo de corrección en un paso
 P' = precisión final requerida
 R = número de cables
 $S = \max_d [abs(A_d)]$; módulo de la corrección
 T = tensión de un cable
 t = tensión inicial de un cable
 T_{ij}, t_{ij} = T o t del cable (i, j)
 $X_{i,c}$ = coordenada c de la posición inicial del nudo i
 $Y_d = Y_{i,c}$ con $d = 3(i - 1) + c \dots$
 $Y_{i,c}$ = componente c del corrimiento del nudo i en equilibrio, a partir de la posición inicial
 $y_{i,c}$ = valor inicial supuesto de $Y_{i,c}$, o aproximación de $Y_{i,c}$ en el cálculo
 Y_d, y_d = símbolos representando $Y_{i,c}, y_{i,c}$, con $d = 3i + c - 3$, cuando no interese individualizar i, c
 $y_b = y_{i,c}$ con $b = 3(i - 1) + c$
 δ_a^b = Delta de Kronecker $\left\{ \begin{array}{l} = 1 \text{ si } a = b \\ = 0 \text{ si } a \neq b \end{array} \right.$
 $\phi_a(Y_b)$ = función vectorial. La componente a es función de las componentes del vector Y_b

jes y las cargas en cada nudo. La estructura no estará en equilibrio y cada nudo sufrirá unos desplazamientos para llegar a él. En función de esos desplazamientos pueden calcularse las tensiones y su dirección, y plantear las ecuaciones de equilibrio en cada nudo. Resolviendo esas ecuaciones en desplazamientos se conocerá la posición final de la estructura y podrán calcularse las tensiones finales.

A diferencia de otros autores (2) los de este artículo no han hecho simplificaciones de cálculo, por lo que este método sirve para mallas muy planas o con tensiones iniciales débiles, casos en los que pueden no valer métodos menos exactos. El método ha sido experimentado con éxito en un computador Elliott 803 B científico de tamaño medio, usando los procedimientos de programación y codificación usuales en cálculo de estructuras.

Puede emplearse el método para cables con leyes no lineales pero elásticas.

Podría emplearse, con modificaciones, en casos en que hubiese que considerar fenómenos de histéresis.

2 Descripción de la estructura

Consta de nudos y de cables uniendo estos nudos, con suficientes anclajes para poder llegar a un estado de equilibrio si los cables pudiesen soportar tensiones ilimitadas. Se describen nudos y cables del mismo modo que los nudos y barras de un entramado para su introducción en un computador. Los cables no pueden deslizar en los nudos.

Cada nudo recibe un número (i, j, k) desde 1 hasta J (número de nudos).

Se conocen los números i de los anclajes, en un número total G , no habiendo dificultad numérica en poner nudos moviéndose en uno o más planos paralelos a los coordenados a la vez (*).

Los nudos no anclados se suponen libres.

Se toman unos ejes de coordenadas cartesianas y se define una unidad de longitud. El nudo i tendrá por coordenadas $(X_{i,1}; X_{i,2}; X_{i,3})$, o sea, $X_{i,c}$ con $c = 1, 2, 3$, en la posición inicial. Se supone una situación inicial en la que los nudos ocupan esas posiciones y en la que todo cable (i, j) tiene una tensión dada (t_{ij}) inicial, que puede ser debida a un calentamiento o enfriamiento, a la acción de un tensor, etc.

Es preciso especificar la unidad de fuerzas empleada.

Cada cable se designa por los números de sus nudos extremos (i, j) , donde $i < j$; tiene un coeficiente elástico E_{ij} en unidades de fuerza. Se supone que el módulo en el estado inicial del cable es m_{ij} y el final después de los corrimientos M_{ij} .

El cable tiene una tensión final T_{ij} igual a $t_{ij} + (M_{ij}/m_{ij} - 1) E_{ij}$ si esta cantidad es positiva, y 0 si es negativa o nula, pues los cables no admiten compresiones.

Todos los valores anteriores (salvo M_{ij} y T_{ij}) son datos del estado inicial.

Además se deben dar las fuerzas exteriores $(F_{i,1}, F_{i,2}, F_{i,3})$ sobre el nudo i (o $F_{i,c}$, $c = 1, 2, 3$). Supondremos que no varían aun con fuertes corrimientos. El poner las fuerzas en función de los corrimientos es una modificación posible que el lector puede hacer en lo que sigue.

(*) O sea, coartando el movimiento perpendicular a esos planos.

Una malla real en un estado inicial sin equilibrio sufre unas vibraciones que se amortiguan hasta alcanzar un estado final de equilibrio. En el estado final el nudo i ha sufrido corrimientos ($Y_{i,1}$; $Y_{i,2}$; $Y_{i,3}$) o bien ($Y_{i,c}$, $c = 1, 2, 3$), nulos si i es un anclaje y se cumple que:

$$\text{fuerzas exteriores } (F_{i,c}) + \text{fuerzas de los cables sobre el nudo} = 0. \quad [1]$$

Valor de T_{ij} :

$$\left. \begin{aligned} A &= t_{ij} + E_{ij} (M_{ij}/m_{ji} - 1) \\ T_{ij} &= A \quad \text{si} \quad A \geq 0 \\ T_{ij} &= 0 \quad \text{si} \quad A \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad [2]$$

siempre que haya equilibrio final (y se prescinda de fenómenos de histéresis).

Es fácil, aunque los autores no lo han hecho, considerar el que una barra se plastifique, cambiando la función A . Es particularmente sencillo si se supone que T_{ij} se mantiene constante a partir de cierto valor de plastificación.

En los anclajes las ecuaciones [1] no sirven, y hay que imponer corrimientos 0 o corrimientos impuestos $Y_{i,c}$. De [1] obtendríamos las reacciones en los anclajes.

Como es práctica en cálculo electrónico de estructuras, se consideran los anclajes como nudos corrientes y se obliga a que sus $Y_{i,c}$ correspondientes tengan el valor requerido al resolver las ecuaciones. Se ha comprobado que este método conduce a la solución si es aplicado adecuadamente, y resulta más sencillo que cualquier otro de programar.

La máxima diferencia ($j - i$) para los cables (i, j) es la anchura de banda de la estructura, y es muy conveniente numerar los nudos de modo que sea mínima, ya que la memoria requerida y el tiempo de ejecución de computador decrecen casi proporcionalmente a este número.

3 Ecuaciones en corrimientos

Se pone la ecuación [1] en función de las incógnitas $Y_{i,c}$ para un nudo libre.

La barra (i, j) tiene un módulo inicial:

$$m_{ij} = \sqrt{\sum_{c=1}^3 (X_{j,c} - X_{i,c})^2} \quad [3]$$

y final:

$$M_{ij} = \sqrt{\sum_{c=1}^3 (X_{j,c} - X_{i,c} + Y_{j,c} - Y_{i,c})^2} \quad [4]$$

La [2] nos da su tensión final.

El cable (i, k) tiene un versor final (i hacia k) de componente c igual a:

$$\frac{X_{k,c} + Y_{k,c} - X_{i,c} - Y_{i,c}}{M_{ik}} \quad [5]$$

Las ecuaciones [1] quedan, para el nudo i y la componente c :

$$0 = \frac{F_{i,c} + \sum_{k \in B} \left(X_{k,c} + Y_{k,c} - X_{i,c} - Y_{i,c} \right) T_{ik}}{M_{ik}} \quad [6]$$

con T_{ik} dado por [2], m_{ik} por [3], M_{ik} por [4], $T_{ik} = T_{ki}$, $M_{ki} = M_{ik}$, ..., por lo que basta con tener T_{ij} , E_{ij} , m_{ij} , ..., con $i < j$.

4 Solución numérica

Las ecuaciones [6] no son lineales.

Otros autores las han linealizado y la originalidad que pretende este trabajo es resolverlas exactamente. Para ello hay que seguir un método iterativo basado en el desarrollo de Taylor.

Las ecuaciones vectoriales [6] se resumen en:

$$\phi_a(Y_b) = 0 \quad [7]$$

donde a es el índice de la ecuación ($3i + c - 3$, por ejemplo), y b el de la incógnita $Y_{i',c'}$ ($3i' + c' - 3$, por ejemplo).

Hay tantas ecuaciones como incógnitas (3 por nudo). En los anclajes imponemos la solución en corrimientos, sirviendo las ecuaciones de equilibrio para calcular las reacciones de apoyo.

Para resolver el sistema damos unas y_b iniciales aproximadas. El valor $\phi_a(y_b)$ no será 0, sino que habrá que incrementar y_b en A_b de modo que $\phi_a(y_b + A_b)$ sea lo más próximo a 0 posible. Desarrollando por Taylor respecto a la componente $d = 3(i - 1) + c$ tenemos:

$$\phi(y_b) + \sum_d A_d \cdot \partial_d \phi(y_b) = 0 \quad [8]$$

que es una ecuación lineal en las A_d .

A continuación se halla un módulo del vector (A_d) . Sea $S = \max_d [abs(A_d)]$. Si S es menor que una cantidad P prefijada, acabamos el proceso sumando los A_d y los y_d para obtener las Y_d que tomamos como solución.

P' puede ser tan pequeño como se quiera en teoría. El límite de precisión es debido a la operación $(M_{ij}/m_{ij} - 1)$. Por ello P' no debe ser inferior al número aproximado:

$$\frac{\text{longitud media de los cables}}{\text{número de cifras exactas del computador}} \quad [9]$$

Como los alargamientos de los cables son del orden de 10^{-3} por la longitud, con cables de 10 m, los alargamientos son del orden de 10 mm. La precisión de 1×10^{-2} mm, 6 decimales, es admisible.

Los autores han comprobado (aproximadamente) en nuestros ejemplos la validez del número dado por [9]. En todo rigor ese número debe crecer con la complicación de la malla.

Si S es mayor que P' , incrementamos las y_d en A_d , volvemos a calcular los coeficientes de la ecuación [8] y la resolvemos de nuevo.

Con y_d iniciales con error menor del 30 % (y menor del 200 % suele bastar), el método converge hacia la solución buscada (se puede demostrar ...).

Con y_d mayores es difícil que converja hacia otro valor, pues la solución de las ecuaciones corresponde, aun para corrimientos grandes, a un problema físico de solución estable única en general.

Tal vez en casos particulares raros con y_d muy grandes se puede llegar a soluciones distintas...

Pero con y_d muy distintas de la realidad, el suprimir términos cuadráticos en el desarrollo de Taylor introduce tales errores que el método diverge (hasta obtener «overflow» en un computador). Peor es que, con y_d iniciales no muy exagerados, el método oscile por tener correcciones excesivas en cada paso A_d .

La solución a este problema es leer un número P . Al acabar la iteración, se compara S a P . Si $S < P$ (es decir, si las A_d son pequeñas en valor absoluto), se sigue normalmente, y el proceso debe converger, por lo menos si P no es grande.

Para $S > P$, es decir, para correcciones A_d no pequeñas, suponemos que la dirección y sentido de la corrección A_d son correctas, aunque probablemente excesivas, y a cada A_d le multiplicamos por $C = P/S$. Con ello el módulo de la corrección es P .

P puede ser variado en caso de no convergencia, haciendo P más pequeño para el cálculo siguiente. Un P demasiado pequeño obliga a dar más pasos hasta la solución real, pero esto no conviene.

Se pueden construir métodos más automáticos que exigen más cálculos, con objeto de estimar un factor de corrección C óptimo en cada caso.

5

Descripción sucinta de la puesta en programación

La capacidad, tiempo de ejecución..., dependen mucho de cada máquina («hardware»), sistemas de operación y traductores («software»), así como de la habilidad del programador y codificador.

Con 8.000 palabras de 40 bits cada una, programando en autocódigo (al estilo del Assembler), sin bandas magnéticas, y siendo

J = número de nudos,

R = número de cables,

A' = número de anclajes,

D = máxima diferencia entre dos nudos de un mismo cable,

$B = 3(D + 1)$,

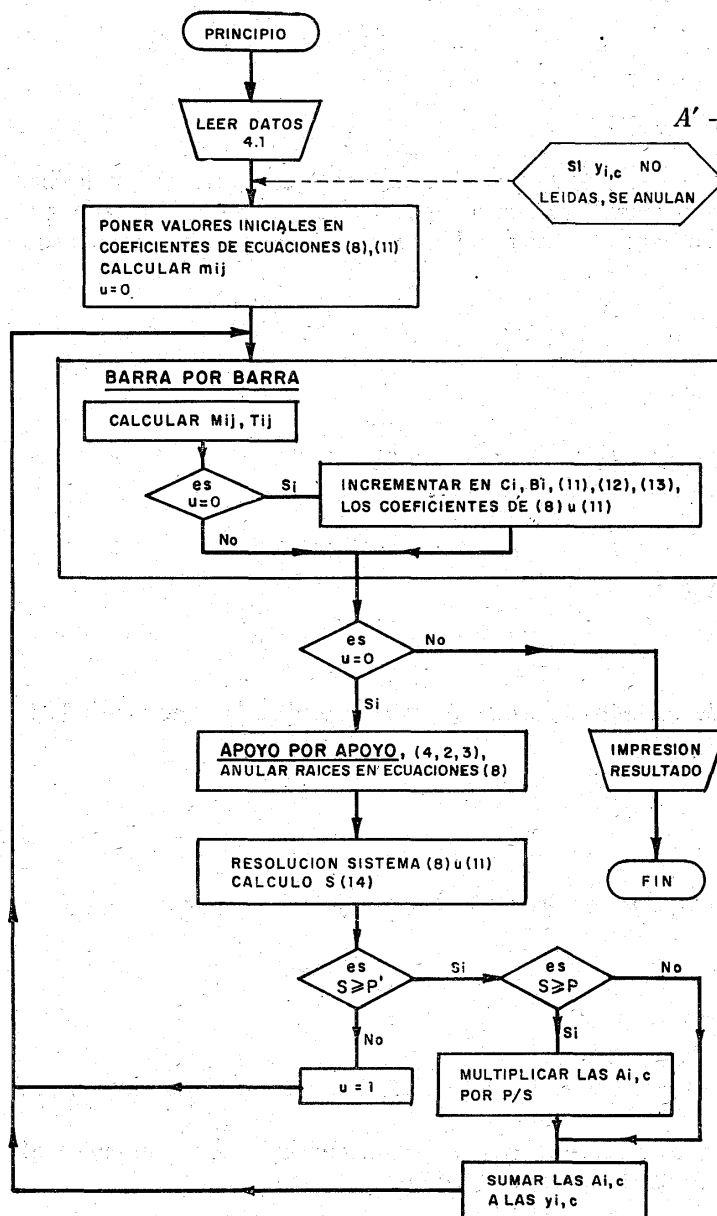


Fig. 1. Organigrama simplificado.

cripción literaria con párrafos numerados con vistas a que una persona entienda la documentación del programa por sí sola. Se incluye, sin embargo, el dibujo trazado con las plantillas normalizadas (ver organigrama simplificado en la figura 1).

5.1. Datos (en orden y formato a establecer).

Con una unidad de longitud y otra de fuerza.

5.1.1. Generales

Número de nudos J .

Número de cables R .

Número de nudos anclados A' .

Precisión P' final requerida, no superior a la obtenida según [9].

es necesario que:

$$A' + 12J + 6R + 3J \cdot B - \frac{B(B-1)}{2} < 6.815.$$

Esta indicación es poco útil para el lector, pues probablemente no usará el Elliott-803 que emplearon los autores.

Resulta interesante observar que tanto la entrada de datos como la salida de resultados es muy parecida a las de una estructura reticulada espacial de análoga configuración, con 3 incógnitas por nudo. En particular, la solución de las ecuaciones [8] es análoga y puede adaptarse la de otro programa de estructuras.

Los tratados académicos insisten (Proceedings A.S.C.E.) en que debe contarse con un ingeniero estructural, un programador y un codificador, aparte de los servidores de perforación y operador del computador.

Siempre se necesitará para hacer el programa requerido que el programador sepa programar estructuras. Sin embargo, quizás por falta de auxiliares, en los ensayos que hicieron los autores, el ingeniero, el programador y el codificador fueron las mismas personas auxiliadas por un operador del computador para corrección de errores. En esas condiciones, el hacer un dibujo perfecto al diagrama de flujo para realizar el programa es peor que una des-

5.1.2. Anclajes

Para cada anclaje: número de orden.

Su número es A' . Si existen anclajes parciales, de qué planos no salen estos nudos anclados. O sea, se pueden coartar movimientos perpendiculares a esos planos. Para ello en cada anclaje se leerían 3 enteros, 0, si el movimiento correspondiente está coaccionado, 1 en caso contrario.

5.1.3. Nudos

Sus coordenadas $X_{i,c}$.

5.1.4. Cables [En cada uno (i, j)]:

- nudo anterior i ;
- nudo posterior j ;
- característica elástica E_{ij} ;
- tensión inicial t_{ij} .

Pueden pedirse los datos para leyes de tensión-deformación más complicadas que las de [2].

5.1.5. Cargas

Para cada nudo $F_{i,c}$.

En el programa de los autores se ignoran las cargas en anclajes fijos en el cálculo.

5.1.6. Solución aproximada

Para cada nudo $y_{i,c}$.

En el ejemplo de los autores se leía 0 si se hacían las $y_{i,c}$ nulas; 1 si hay que leer datos $y_{i,c}$.

Los $y_{i,c}$ iniciales serán 0 en los anclajes. Si no se hiciesen 0 serían corrimientos impuestos al anclaje, que no serán corregidos por ningún $A_{i,c}$ distinto de 0.

5.1.7. Método de asegurar la convergencia

En el programa de los autores se lee un número, P , módulo de la corrección máxima en un paso. Es un número a discreción del usuario. Conviene que sea 1/3 del mayor corrimiento esperado.

5.2. Cálculos del programa

El programa va ejecutando los cálculos indicados en el párrafo 3 según los métodos numéricos indicados en tercero.

5.2.1. Lectura de datos

Inmediatamente se calculan las m_{ij} y algún parámetro auxiliar.

5.2.2. Formación de las ecuaciones

Es necesario calcular los términos de [8]. Ello se simplifica poniendo las ecuaciones [8] en forma desarrollada.

La ecuación de equilibrio del nudo i , componente c , obtenida derivando [6], siendo \sum_k una sumatoria extendida a los cables saliendo de i ($k > i$ y $k < i$), \sum_i extendiéndose para todos los nudos $A_{i',c'}$ y siendo incógnitas, con las observaciones de [10]

$$\left. \begin{aligned} A &= t_{ij} + \left(\frac{m_{ij}}{M_{ij}} - 1 \right) E_{ij}, \\ - \text{si } A < 0: & \quad T_{ij} = 0, \\ - \text{si } A > 0: & \quad T_{ij} = A, \\ - \text{si } T_{ij} = 0: & \quad G_{ij} = 0, \\ - \text{si } T_{ij} > 0: & \quad G_{ij} = 1; \end{aligned} \right\} \quad [10]$$

resulta:

$$\begin{aligned} & F_{i,c} + \sum_k \left[(X_{k,c} - X_{i,c}) + (y_{k,c} - y_{i,c}) \right] \frac{T_{ij}}{M_{ij}} + \\ & + \sum_{c'=1}^3 \sum_{i'} A_{i',c'} \left\{ \sum_k (\delta_{k'} - \delta_{i'}) \frac{T_{ik}}{M_{ik}} \cdot \delta_{c'} + \right. \\ & \left. + \left[(X_{k,c} - X_{i,c}) + (y_{k,c} - y_{i,c}) \right] \left[(X_{k,c'} - X_{i,c'}) + (y_{k,c'} - y_{i,c'}) \right] \right\} \frac{G_{ik} (E_{ik} - t_{ik})}{M_{ik}^3} = 0 \end{aligned} \quad [11]$$

En primer lugar se observa que la matriz de coeficientes de $A_{c'}$ es simétrica. Además se observa que en la ecuación i, c sólo serán no nulos los coeficientes de $A_{i',c'}$ tales que el cable (i, i') exista.

Tenemos, pues, una matriz simétrica en banda análoga a las de cálculo de estructuras, con $[3B \cdot J - B(B-1)/2]$ elementos distintos.

Lo natural es tomar cable tras cable (i, j) y ver qué originan en la matriz (fig. 2) de coeficientes los sumandos C_i (i de 1 a 6).

C_1, C_4, C_6 vienen dados por:

$$-\frac{T_{ij}}{M_{ik}} - \left[(X_{j,c} - X_{i,c}) + (Y_{j,c} - Y_{i,c}) \right]^2 \frac{G_{ij} (E_{ij} - t_{ij})}{M_{ij}^3} \quad [12]$$

con $c = 1$ para C_1 , $c = 2$ para C_4 , $c = 3$ para C_6 .

Asimismo C_2, C_3, C_5 vienen dados por:

$$-\frac{G_{ij} (E_{ij} - t_{ij})}{M_{ij}^3} \left[(X_{j,c} - X_{i,c}) + (y_{j,c} - y_{i,c}) \right] \left[(X_{j,c'} - X_{i,c'}) + (y_{j,c'} - y_{i,c'}) \right] \quad [13]$$

con $c = 1, c' = 2$ para C_2 , $c = 1, c' = 3$ para C_3 , $c = 2, c' = 3$ para C_5 .

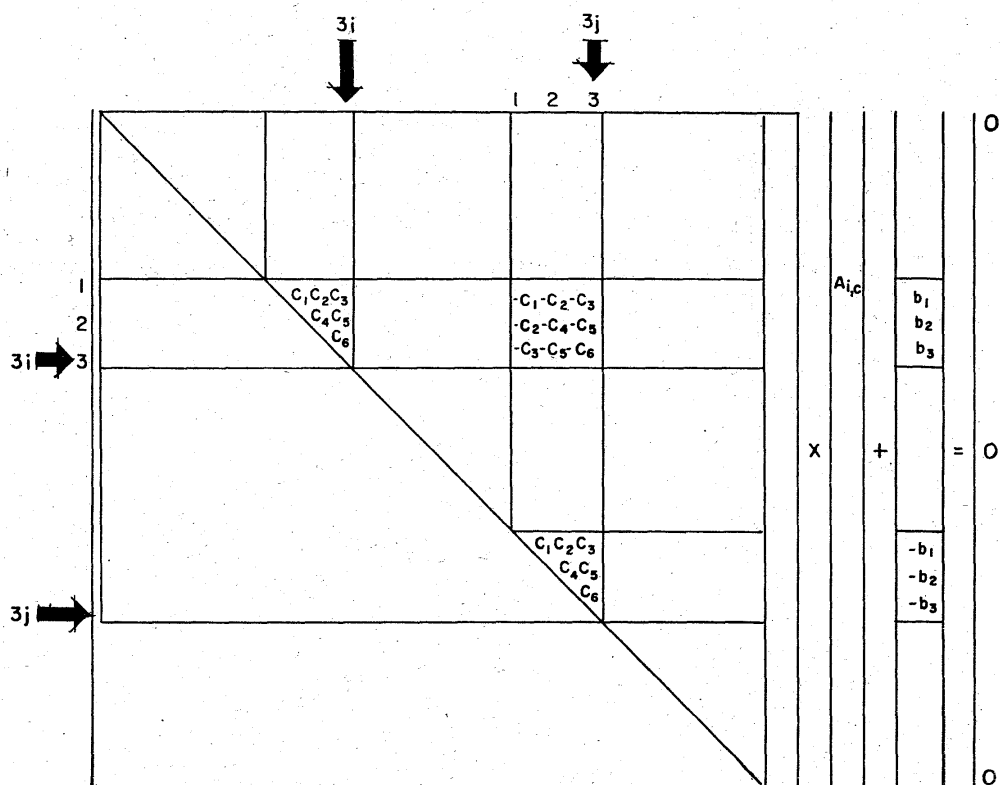


Fig. 2. Contribución de la barra i, j a las ecuaciones [8].

Asimismo el cable origina los sumandos B_c del término independiente de la figura 2, dados por ($i < j$):

$$B_c = \frac{T_{ij} [(X_{j,c} - X_{i,c}) + (y_{j,c} - y_{i,c})]}{M_{ij}}.$$

Estos B_c se suman a los $F_{i,c}$ iniciales debidos a las fuerzas.

Es fácil ahora que un programador encuentre el modo de realizar los cálculos barra tras barra, y de irlos sumando en la matriz de coeficientes y en la de términos principales (ver figura 2).

5.2.3. Anclajes

Se obliga a que en los anclajes i la solución en $A_{i,c}$ sea nula, según práctica usual al cálculo electrónico de estructuras. Para ello se anulan en [8] todos los coeficientes del segundo miembro correspondientes a las 3 filas ($3i-2, 3i-1, 3i$) del apoyo, así como los de las mismas filas y columnas de la matriz de coeficientes, exceptuando los 3 términos de la diagonal principal, que se hacen 1.

Pueden a voluntad imponer anulación de sólo las componentes $A_{i,c}$ nulas correspondientes a un grado de libertad coartado: anular $A_{i,c}$ significa que el apoyo i está en el plano de coordenadas C .

La práctica confirma la bondad de este método.

5.2.4. Resolución de las ecuaciones (dadas en [8], desarrolladas en [11]).

Son ecuaciones lineales, de matriz de coeficientes simétrica con diagonal principal formada por coeficientes de valor absoluto relativamente grande.

Se resuelven por el método de Gauss, como las matrices análogas de los cálculos de estructuras en computador.

Conocida la solución $A_{i,c}$ se estima su módulo:

$$S = \max_{i,c} (A_{i,c}) \quad [14]$$

5.2.5. Decisiones lógicas

Si $S \geq P'$ y $S \geq P$, se multiplican las $A_{i,c}$ por P/S .

Se suman los $A_{i,c}$ a los $y_{i,c}$ iniciales y se vuelve a 5.2.2.

Si $S < P'$ se acaban las iteraciones.

5.2.6. Cálculo de resultados

Al acabar las iteraciones, usando si es posible instrucciones de programa de 5.2.2, se calculan $Y_{i,c}$ desplazamientos finales, $X_{i,c} + Y_{i,c}$ posiciones finales y tensiones T_{ij} finales.

Se recomienda que el formato de salida de tensiones y posiciones finales sirva como entrada de posiciones iniciales y tensiones iniciales, pues de este modo se facilita el trabajo si se calcula un nuevo estado a partir del calculado.

6 Ejemplo 1

Sea la malla plana de la figura 3.

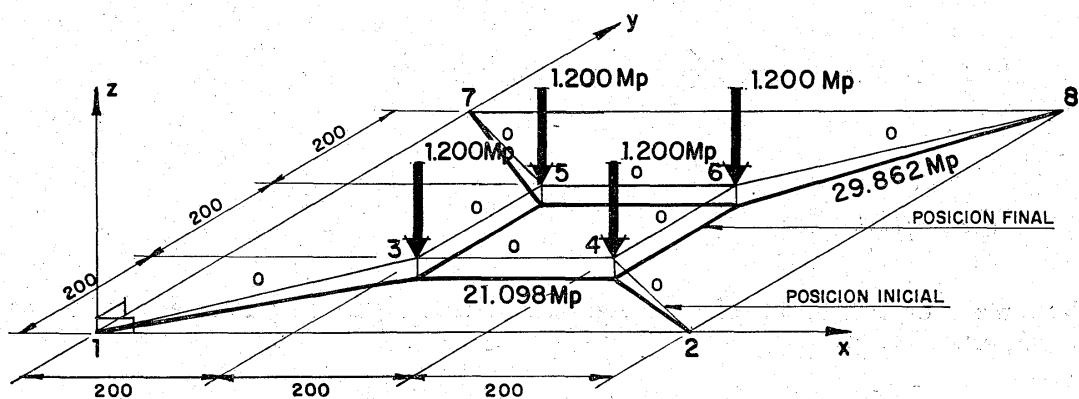


Fig. 3. Ejemplo 1. Malla plana con cargas perpendiculares (planta cuadrada).

De datos introducimos: 8 (nudos), 8 (cables), 4 (anclajes), 10^{-5} (precisión) apoyos 1 - 2 - 7 - 8:

Nudo	Coordenadas de nudos		
1	0	0	0
2	600	0	0
3	200	200	0
4	400	200	0
5	400	200	0
6	400	400	0
7	0	600	0
8	600	600	0

Las barras tienen módulo de constante elástica $E = 5 \times 10^7$ y tensión inicial 0,1 (con el programa de los autores hace falta poner una tensión inicial 0,1 despreciable en alguna barra).

Los nudos interiores 3, 4, 5, 6 tienen cargas verticales de 1.200.

La iteración es seguida a través del parámetro S . Como el caso es muy desfavorable para el cálculo, pues intervienen esfuerzos de segundo orden, entra en juego el método de los autores para asegurar la convergencia, con una corrección de módulo máximo 1. (Se hace $P' = 1$).

Se logra una convergencia excepcionalmente lenta por lo insólito del ejemplo. Los valores sucesivos de S son del orden de: 10^{15} , 10^{15} , 10^7 , 10^3 , 67, 40, 25, 17, 12, 8, 8, 14, 6, 2, y después,

0,65

0,022

$0,18 \times 10^{-4}$

$0,10 \times 10^{-4}$

$0,13 \times 10^{-4}$

$0,99 \times 10^{-5}$ (valor que provoca el fin de iteraciones).

Los resultados finales indican fuertes tensiones (tabla 1).

7 Ejemplo 2

Dada la malla de la figura 4 (plano acotado), se puede seguir su puesta en tensión paso a paso con este método.

Las dimensiones vienen en m. El programa para computador logra resultados en pocas iteraciones (5 a 9). (Ver perspectiva en figura 5).

tabla 1

Corrimientos			Y1,1	Y1,2	Y1,3
1	=	1	0.0000	0.0000	0.0000
	=	2	0.0000	0.0000	0.0000
	=	3	-0.0422	-0.0422	-11.3728
	=	4	0.0422	-0.0422	-11.3728
	=	5	-0.0422	0.0422	-11.3728
	=	6	0.0422	0.0422	-11.3728
	=	7	0.0000	0.0000	0.0000
	=	8	0.0000	0.0000	0.0000

Posiciones finales			Y1,1 + X1,1	Y1,2 + X1,2	Y1,3 + X1,3
1	=	1	0.0000	0.0000	0.0000
	=	2	600.0000	0.0000	0.0000
	=	3	199.9578	199.9578	-11.3728
	=	4	400.0422	199.9578	-11.3728
	=	5	199.9578	400.0422	-11.3728
	=	6	400.0422	400.0422	-11.3728
	=	7	0.0000	600.0000	0.0000
	=	8	600.0000	600.0000	0.0000

Tensiones finales			E1,j	T1,j
Barra i	j			
1	3	50000000.1250	29862.0537	
2	4	50000000.1250	29862.0537	
3	4	50000000.1250	21098.5945	
3	5	50000000.1250	21098.5945	
4	6	50000000.1250	21098.5945	
5	6	50000000.1250	21098.3561	
5	7	50000000.1250	29862.0537	
6	8	50000000.1250	29862.0537	

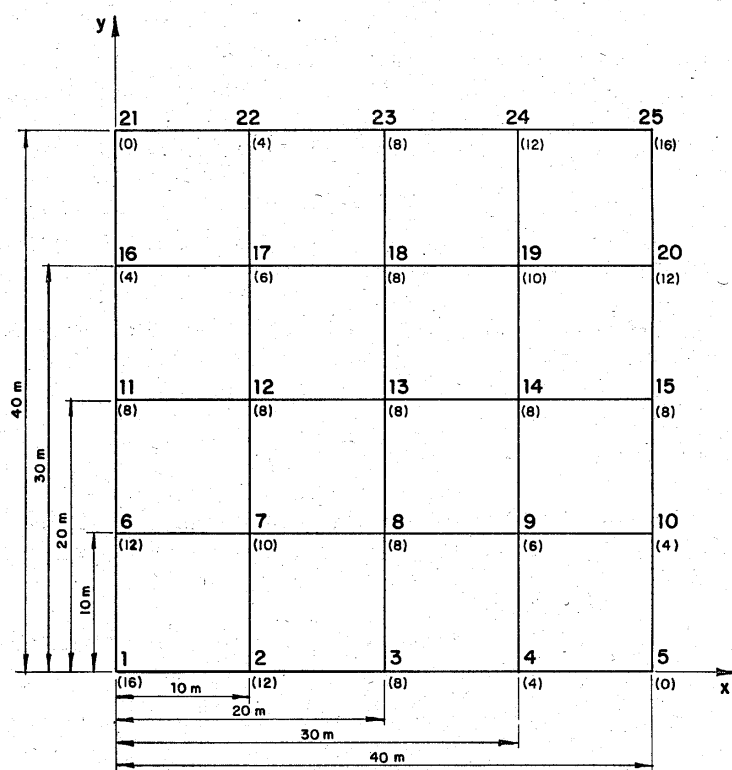


Fig. 4. Ejemplo 2. (Planta).

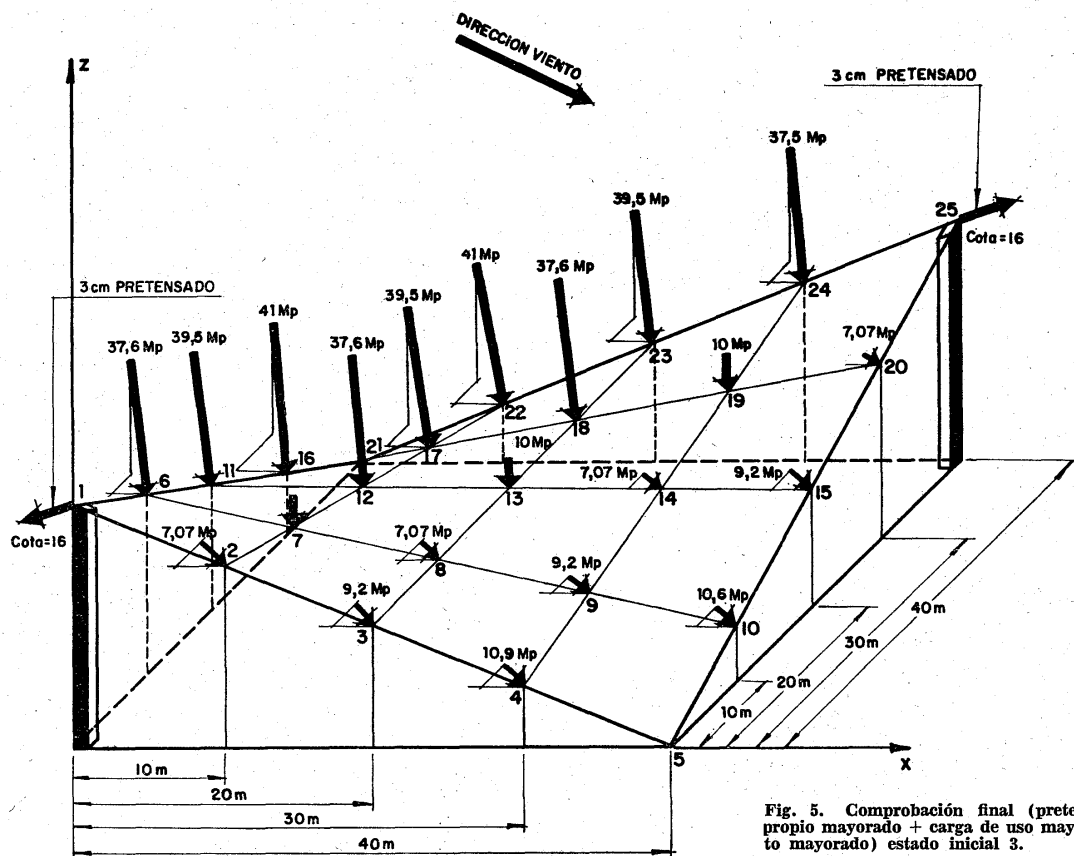


Fig. 5. Comprobación final (pretensado + peso propio mayorado + carga de uso mayorada + viento mayorado) estado inicial 3.

7.1. Estado inicial 1

Se colocan los cables de borde, más gruesos ($E = 10^6$), de los nudos 1 a 5, 5 a 25, 25 a 21, 21 a 1. Se pretensan a 1.000 Mp. Los anclajes son 1,5, 21, 25.

Se colocan sin tensión los cables centrales ($E = 2 \times 10^5$).

Cargas 1. Se imponen unos desplazamientos horizontales en la dirección de la diagonal 1-25, hacia afuera, de $3\sqrt{2}$ cm en los nudos 1 y 25, que hacen de pretensado. Además, suponemos unas cargas de 10 Mp verticales en todo nudo que no es apoyo.

Con los datos de la tabla 2 obtenemos los resultados de la tabla 3 que indican fuerte tensión de los cables laterales, y pequeña de los centrales y un fuerte descenso de la lámina.

7.2. Estado inicial 2

Se estudian a partir de los nudos y tensiones al final del caso anterior el efecto de un pretensado en ciertos cables. El pretensado se hace midiendo longitudes de cables que se acortan con un tensor.

La tensión si no se moviesen los cables sería incrementada en:

- Cables: 3-8, 18-23, 11-12, 14-15 en 1.000 Mp.
- Cables: 2-7, 4-9, 9-10, 19-20, 19-24, 17-22, 16-17, 6-7 en 500 Mp.

El estado inicial 2 está definido por las posiciones de los nudos y tensiones del interior, incrementadas en los 500 y 1.000 Mp en los cables descritos (tabla 4).

Se mantienen las fuerzas anteriores.

Con estos valores la estructura no está en equilibrio, y el programa calcula, con desplazamientos, el equilibrio final (tabla 5) con menores desplazamientos, y tensiones parecidas.

El resultado final aconsejaría insistir en el pretensado con los tensores.

7.3. Estado inicial 3

Es el final del anterior en cuanto a tensiones y posiciones de los nudos. Las cargas corresponden a un fuerte incremento de cargas de viento viniendo en la dirección de 21 a 5, y mayorando las cargas verticales en el triángulo 1-25-21, no mayorándolas en el 1-25-5, borde 1-25 incluido. Los datos son los de la tabla 6. Está representado por la figura 5.

En este caso cambian las tensiones de los cables interiores y las deformaciones horizontales son mayores, aunque del orden de 0,1 m frente a 1 m las verticales (resultado tabla 7).

A partir de este estudio cabe comprobar la malla, rediseñarla, o ajustar mejor su pretensado. Convendría aumentar el pretensado en cables centrales.

Conclusión

Las mallas tesas presentan problemas especiales, por ser estructuras muy deformables. Es difícil conocer por cálculo y por experiencia sus tensiones en un momento dado, pues dependen del proceso constructivo y de puesta en tensión. El método descrito permite seguir, paso a paso, las deformaciones y tensiones de la lámina sometida a cargas, desplazamiento de apoyos y pretensado, con mejor exactitud que los métodos publicados que conocen los autores, especialmente si hay cables de borde casi rectos o la malla es muy plana.

Puede ser mejorado considerando, sea curvas no lineales, o con histéresis, de tensión-deformación de cables, sea la posibilidad de tesar hasta tensión dada un cable con un tensor adecuado (gato).

Bibliografía

- (1) Esquillan, N.; Saillard, Y.: North-Holland publishing Company, Amsterdam. Hanging roofs. Proceedings of the I.A.S.S.
- (2) Makowski, Z. S.: Steel Space Structures, Michael Joseph Ltd. London. Colección de artículos, en particular: The analysis of prestressed suspended roofs (cable nets), H. Mollmann, P. Lundhus Mortensen.

tabla 2

• EJEMPLO 2 - PUESTA EN TENSION + PESO PROPIO

		25	40	4	32-5 = P'		
NUDOS		1	5	21	25	APOYOS	
	0		0		16	xi, c	
	10		0		12		
	20		0		8		
	30		0		4		
	40		0		0		
	0		10		12		
	10		10		10		
	20		10		8		
	30		10		6		
	40		10		4		
	0		20		8		
	10		20		8		
	20		20		8		
	30		20		8		
	40		20		8		
	0		30		4		
	10		30		6		
	20		30		8		
	30		30		10		
	40		30		12		
	0		40		4		
	10		40		4		
	20		40		8		
	30		40		12		
	40		40		16		
BARRAS		i			Ei, j		ti, j
	1		2		106		1000
	1		6		106		1000
	2		3		136		1000
	2		7		205		0
	3		4		106		1000
	3		8		205		0
	4		5		106		1000
	4		9		205		0
	5		10		106		1000
	5		7		205		0
	6		11		106		1000
	7		12		205		0
	7		9		205		0
	8		13		205		0
	8		10		205		0
	9		14		205		0
	10		15		106		1000
	11		12		205		0
	11		16		106		1000
	12		13		205		0
	12		17		205		0
	13		14		205		0
	13		18		205		0
	14		15		205		0
	14		19		205		0
	15		20		106		1000
	16		17		205		0
	16		21		106		1000
	17		18		205		0
	17		22		205		0
	18		19		205		0
	18		23		205		0
	19		20		205		0
	19		24		205		0
	20		25		106		1000
	21		22		106		1000
	22		23		106		1000
	23		24		106		1000
	24		25		106		1000
	0	0		0		0	0
	0	0		0		0	0
	0	0	-10			0	0
	0	0	-10			0	0
	0	0	-10			0	0
	0	0		0		0	0
	0	0		0		0	0

1								
-.20	-.20	0	-.10	-.10	-.005	-.012	-.012	-.007
-.008	-.008	-.005						
0	0	0	-.10	-.10	-.005	-.012	-.012	-.005
-.008	-.008	-.007						
0	0	-.005	.008	.008	-.005	-.012	-.012	-.007
-.008	-.008	-.007						
0	0	-.01	.008	.008	-.007	0.012	0.012	-.007
-.008	-.008	-.005						
0	0	-.005	.008	.008	-.007	0.012	0.012	-.005
.10	.10	-.005						
0	0	0	.008	.008	-.005	0.012	0.012	-.007
.10	.10	-.005						
.20	.20	0						

0.03

tabla 3

	NUDO	$Y_{1,1}$	$Y_{1,2}$	$Y_{1,3}$
1	1	0.0000	0.0000	0.0000
2	2	0.0020	0.0455	0.0074
3	3	0.0109	-0.0075	0.0286
4	4	0.0067	-0.0562	0.0234
5	5	0.0000	0.0000	0.0000
6	6	0.0360	-0.0282	-0.0709
7	7	-0.0204	-0.0318	-0.2430
8	8	0.1198	0.0444	0.4939
9	9	0.1980	-0.1980	1.0203
10	10	0.0562	-0.0087	0.0234
11	11	0.1235	-0.0443	-0.1117
12	12	-0.0008	-0.1859	-0.8318
13	13	-0.0048	0.0048	-0.1164
14	14	-0.0444	-0.1198	0.4939
15	15	0.0075	-0.0109	0.0286
16	16	0.1413	-0.0322	-0.0853
17	17	0.1807	-0.1807	0.7847
18	18	0.1859	0.0008	-0.8313
19	19	0.0318	-0.0204	-0.2430
20	20	-0.0455	-0.0020	0.0074
21	21	0.0000	0.0000	0.0000
22	22	0.0322	-0.1413	-0.0853
23	23	0.0443	-0.1235	-0.1117
24	24	0.0282	-0.0360	-0.0709
25	25	0.0000	0.0000	0.0000

POSICIONES FINALES

	NUDOS	$x_{i,1}+y_{i,1}$	$x_{i,2}+y_{i,2}$	$x_{i,3}+y_{i,3}$
1	2	-0.2000	-0.2000	16.0000
2	1	9.8280	0.0803	11.9514
3	3	19.8851	0.1362	7.9667
4	4	29.9443	0.0714	3.9877
5	5	40.0000	0.0000	0.0000
6	6	0.0708	9.7978	11.8731
7	7	9.7438	9.7324	8.7203
8	8	19.8133	10.0540	7.1299
9	9	29.9593	10.0607	5.9129
10	10	39.9286	10.0557	3.9877
11	11	0.2673	19.8299	7.8264
12	12	10.0038	19.5076	5.8042
13	13	19.9932	20.0048	6.1198
14	14	29.9460	20.1867	7.1299
15	15	39.8538	20.1149	7.9667
16	16	0.2639	29.9634	3.8790
17	17	10.4394	29.5606	4.1079
18	18	20.4924	29.9912	5.8042
19	19	30.2676	30.2562	8.7203
20	20	39.9197	30.1720	11.9514
21	21	0.0600	40.0000	0.0000
22	22	10.0966	39.7311	3.8790
23	23	20.1701	39.7327	7.8264
24	24	30.2022	39.9292	11.8731
25	25	40.2000	40.2000	16.0000

I	J	E _{ij}	U _{ij}
1	2	1000000,0019	5433,9178
1	6	1000000,0019	5560,2662
2	3	1000000,0019	5413,8313
2	7	200000,0004	124,2353
3	4	1000000,0019	5406,1808
3	8	200000,0004	67,0914
4	5	1000000,0019	5400,0039
4	9	200000,0004	10,9930
5	10	1000000,0019	5399,9983
5	11	200000,0004	29,7857
6	11	1000000,0019	5552,1699
7	12	200000,0004	24,4352
7	13	200000,0004	121,9736
8	13	200000,0004	17,4374
8	13	200000,0004	72,9985
9	10	200000,0004	10,9942
9	14	200000,0004	17,4369
10	15	1000000,0019	5406,1753
11	12	200000,0004	88,9047
11	16	1000000,0019	5546,4024
12	13	200000,0004	75,1513
12	17	200000,0004	122,0389
13	14	200000,0004	72,9985
13	18	200000,0004	75,1513
14	15	200000,0004	67,0932
15	19	200000,0004	24,4352
15	20	1000000,0019	5413,8147
16	17	200000,0004	124,0019
16	21	1000000,0019	5554,3358
17	18	200000,0004	122,0389
17	22	200000,0004	124,0037
18	19	200000,0004	121,2722
18	23	200000,0004	66,9053
19	20	200000,0004	124,2353
19	24	200000,0004	29,7858
20	25	1000000,0019	5433,9095
21	22	1000000,0019	5554,3383
21	23	1000000,0019	5546,4024
23	24	1000000,0019	5552,1562
24	25	1000000,0019	5560,2661

tabla 4

=EJEMPLO 3.- VIENTO Y PESO PROPIO

APOYOS		25	40	4	38-5	= P'
NUDOS, $X_{i,c}$		1	5	21	25	*
= 1		-0.2000	-0.2000	16.0000		
= 2		9.8260	0.0348	11.9440		
= 3		19.3742	0.1437	7.9381		
= 4		29.9356	0.1276	3.9643		
= 5		40.0000	0.0000	0.0000		
= 6		0.0348	9.8260	11.9440		
= 7		9.7642	9.7642	8.9633		
= 8		19.6935	10.0096	6.6360		
= 9		29.7413	10.2587	4.8926		
= 10		39.8724	10.0644	3.9643		
= 11		0.1437	19.8742	7.9381		
= 12		10.0096	19.6935	6.6360		
= 13		20.0000	20.0000	6.2362		
= 14		29.9904	20.3065	6.6360		
= 15		39.8563	20.1258	7.9381		
= 16		0.1276	29.9356	3.9643		
= 17		10.2587	29.7413	4.8926		
= 18		20.3065	29.9904	6.6360		
= 19		30.2358	30.2358	8.9633		
= 20		39.9652	30.1740	11.9440		
= 21		0.0000	40.0000	0.0000		
= 22		10.0644	39.8724	3.9643		
= 23		20.1258	39.8563	7.9381		
= 24		30.1740	39.9652	11.9440		
= 25		40.2000	40.2000	16.0000		

BARRAS	i	j	$E_{i,j}$	$t_{i,j}$
1	2	106	5419.6363	
1	6	106	5419.6446	
2	3	106	5408.0625	
2	7	205	66.1362	
3	4	106	5402.1255	
3	8	205	62.9527	
4	5	106	5401.6982	
4	9	205	55.9873	
5	10	106	5401.6953	
6	7	205	66.1362	
6	11	106	5408.0570	
7	8	205	62.9978	
7	12	205	62.9985	
8	9	205	59.1462	
8	13	205	62.5530	
9	10	205	55.9885	
9	14	205	59.1445	
10	15	106	5402.1200	
11	12	205	62.9533	
11	16	106	5402.1310	
12	13	205	62.5524	
12	17	205	59.1444	
13	14	205	62.5518	
13	18	205	62.5506	
14	15	205	62.9533	
14	19	205	62.9978	
15	20	106	5408.0569	
16	17	205	55.9879	
16	21	106	5401.6927	
17	18	205	59.1468	
17	22	205	55.9891	
18	19	205	62.9967	
18	23	205	62.9527	
19	20	205	66.1362	
19	24	205	66.1363	
20	25	106	5419.6335	
21	22	106	5401.6954	
22	23	106	5402.1310	
23	24	106	5408.0570	
24	25	106	5419.6335	

CARGAS ($F_{i,c}$)	0	0	0	5	-5	0	6.5	-6.5	0	7.5	-7.5	0	0	0	0
10	-10	-35	0	0	-10	5	-5	0	6.5	-6.5	0	7.5	-7.5	0	0
13	-13	-35	10	-10	-35	0	0	-10	5	-5	0	6.5	-6.5	0	0
15	-15	-35	13	-13	-35	10	-10	-35	0	0	-10	5	-5	0	0
0	0	0	15	-15	-35	13	-13	-35	10	-10	-35	0	0	0	0

0 0.5 = P

tabla 5

CORRIMIENTOS (a partir de la posición inicial 2).

		$Y_{i,1}$	$Y_{i,2}$	$Y_{i,3}$
i	1	0.0000	0.0000	0.0000
	2	-0.0002	0.0136	-0.0001
	3	-0.0002	0.0239	-0.0003
	4	0.0002	0.0136	0.0004
	5	0.0000	0.0000	0.0000
	6	0.0136	-0.0002	-0.0001
	7	0.0127	0.0127	0.0823
	8	0.0289	-0.0049	0.1479
	9	0.0191	-0.0191	0.0881
	10	-0.0136	-0.0002	0.0004
	11	0.0239	-0.0002	-0.0003
	12	-0.0049	0.0289	0.1479
	13	-0.0000	-0.0000	0.2268
	14	0.0049	-0.0289	0.1479
	15	-0.0239	0.0002	-0.0003
	16	0.0136	0.0002	0.0004
	17	-0.0191	0.0191	0.0881
	18	-0.0289	0.0049	0.1479
	19	-0.0127	-0.0127	0.0823
	20	-0.0136	0.0002	-0.0001
	21	0.0000	0.0000	0.0000
	22	-0.0002	-0.0136	0.0004
	23	0.0002	-0.0239	-0.0003
	24	0.0002	-0.0136	-0.0001
	25	0.0000	0.0000	0.0000

POSICIONES FINALES

NUDO	$X_{i,1}+Y_{i,1}$	$X_{i,2}+Y_{i,2}$	$X_{i,3}+Y_{i,3}$
i	1	-0.2000	-0.2000
	2	9.8260	0.0348
	3	19.3742	0.1437
	4	29.9356	0.1276
	5	40.0000	0.0000
	6	0.0348	9.8260
	7	9.7642	9.7642
	8	19.6935	10.0096
	9	29.7413	10.2587
	10	39.8724	10.0644
	11	0.1437	19.8742
	12	10.0096	19.6935
	13	20.0000	20.0000
	14	29.9904	20.3065
	15	39.8563	20.1258
	16	0.1276	29.9356
	17	10.2587	29.7413
	18	20.3065	29.9904
	19	30.2358	30.2358
	20	39.9652	30.1740
	21	0.0000	40.0000
	22	10.0644	39.8724
	23	20.1258	39.8563
	24	30.1740	39.9652
	25	40.2000	40.2000

TENSIONES FINALES BARRAS

i	j	$E_{i,j}$	$T_{i,j}$
1	2	1000000.0019	5419.6363
1	6	1000000.0019	5419.6446
2	3	1000000.0019	5408.0625
2	7	200000.0004	66.1362
3	4	1000000.0019	5402.1255
3	8	200000.0004	62.9527
4	5	1000000.0019	5401.6982
4	9	200000.0004	55.9873
5	10	1000000.0019	5401.6953
6	7	200000.0004	66.1362
6	11	1000000.0019	5408.0570
7	8	200000.0004	62.9978
7	12	200000.0004	62.9985
8	9	200000.0004	59.1462
8	13	200000.0004	62.5530
9	10	200000.0004	55.9885
9	14	200000.0004	59.1445
10	15	1000000.0019	5402.1200
11	12	200000.0004	62.9533
11	16	1000000.0019	5402.1310
12	13	200000.0004	62.5524
12	17	200000.0004	59.1444
13	14	200000.0004	62.5518
13	18	200000.0004	62.5506
14	15	200000.0004	62.9533
14	19	200000.0004	62.9978
15	20	1000000.0019	5408.0569
16	17	200000.0004	55.9879
16	21	1000000.0019	5401.6927
17	18	200000.0004	59.1468
17	22	200000.0004	55.9891
18	19	200000.0004	62.9967
18	23	200000.0004	62.9527
19	20	200000.0004	66.1362
19	24	200000.0004	66.1363
20	25	1000000.0019	5419.6335
21	22	1000000.0019	5401.6954
22	23	1000000.0019	5402.1310
23	24	1000000.0019	5408.0570
24	25	1000000.0019	5419.6335

tabla 6

=EJEMPLO 2 - PUESTA EN TENSION DE CABLES DE BORDE

25 40 4 30-5 = P								
NUDOS i	1	5	21	25	APOYOS	Xi,1	Xi,2	Xi,3
=	1					-0.2000	-0.2000	16.0000
=	2					9.8262	0.0212	11.9441
=	3					19.8744	0.1198	7.9384
=	4					29.9354	0.1140	3.9639
=	5					40.0000	0.0000	0.0000
=	6					0.0212	9.8262	11.9441
=	7					9.7515	9.7515	8.8810
=	8					19.6646	10.0145	6.4881
=	9					29.7222	10.2778	4.8045
=	10					39.8860	10.0646	3.9639
=	11					0.1198	19.8744	7.9384
=	12					10.0145	19.6646	6.4881
=	13					20.0000	20.0000	6.0094
=	14					29.9855	20.3354	6.4881
=	15					39.8802	20.1256	7.9384
=	16					0.1140	29.9354	3.9639
=	17					10.2778	29.7222	4.8045
=	18					20.3354	29.9855	6.4881
=	19					30.2485	30.2485	8.8810
=	20					39.9788	30.1738	11.9441
=	21					0.0000	40.0000	0.0000
=	22					10.0646	39.8860	3.9639
=	23					20.1256	39.8802	7.9384
=	24					30.1738	39.9788	11.9441
=	25					40.2000	40.2000	16.0000

BARRAS i	j	Ei,j	Hi,j
1	2	1000000.0019	5406.7459
1	6	1000000.0019	5406.7404
2	3	1000000.0019	5399.3455
2	7	2000000.0004	64.3620
3	4	1000000.0019	5389.6509
3	8	2000000.0004	1052.6267
4	5	1000000.0019	5388.9647
4	9	2000000.0004	54.0741
5	10	1000000.0019	5388.9591
6	7	2000000.0004	564.3620
6	11	1000000.0019	5395.3511
7	8	2000000.0004	61.0691
7	12	2000000.0004	61.0703
8	9	2000000.0004	57.2928
8	13	2000000.0004	52.2441
9	10	2000000.0004	554.0741
9	14	2000000.0004	57.2928
10	15	1000000.0019	5389.6454
11	12	2000000.0004	1052.6273
11	16	1000000.0019	5389.6509
12	13	2000000.0004	52.2453
12	17	2000000.0004	57.2922
13	14	2000000.0004	52.2453
13	18	2000000.0004	52.2441
14	15	2000000.0004	1052.6261
14	19	2000000.0004	61.0691
15	20	1000000.0019	5395.3455
16	17	2000000.0004	554.0759
16	21	1000000.0019	5388.9647
17	18	2000000.0004	57.2934
17	22	2000000.0004	554.0741
18	19	2000000.0004	61.0691
18	23	2000000.0004	1052.6273
19	20	2000000.0004	564.3608
19	24	2000000.0004	564.3632
20	25	1000000.0019	5406.7459
21	22	1000000.0019	5388.9647
22	23	1000000.0019	5389.6454
23	24	1000000.0019	5395.3511
24	25	1000000.0019	5406.7459

CARGAS	0	0	0	0	0	-10	0	0	-10	0	0	-10	0	0	0	0	-10
0	0	-10	0	0	-10	0	0	-10	0	0	-10	0	0	0	0	-10	
0	0	-10	0	0	-10	0	0	-10	0	0	-10	0	0	0	0	-10	
0	0	-10	0	0	-10	0	0	-10	0	0	-10	0	0	0	0	-10	
0	0	0	0	0	-10	0	0	-10	0	0	-10	0	0	0	0	0	

0.5 = P

tabla 7

NUDO	Yi,1	Yi,2	Yi,3
= 1			
= 2	-0.2000	-0.2000	0.0000
= 3	-0.1738	0.0212	-0.0559
= 4	-0.1256	0.1198	-0.0616
= 5	-0.0646	0.1140	-0.0361
= 6	0.0000	0.0000	0.0000
= 7	0.0212	-0.1738	-0.0559
= 8	-0.2485	-0.2485	-1.1190
= 9	-0.3354	0.0145	-1.5119
= 10	-0.2778	0.2778	-1.1955
= 11	-0.1140	0.0646	-0.0361
= 12	0.1198	-0.1256	-0.0616
= 13	0.0145	-0.3354	-1.5119
= 14	0.0000	-0.0000	-1.9906
= 15	-0.0145	0.3354	-1.5119
= 16	-0.1198	0.1256	-0.0616
= 17	0.1140	-0.0646	-0.0361
= 18	0.2778	-0.2778	-1.1955
= 19	0.3354	-0.0145	-1.5119
= 20	0.2485	0.2485	-1.1190
= 21	-0.0212	0.1738	-0.0559
= 22	0.0000	0.0000	0.0000
= 23	0.0646	-0.1140	-0.0361
= 24	0.1256	-0.1198	-0.0616
= 25	0.1738	-0.0212	-0.0559
	0.2000	0.2000	0.0000

POSICIONES FINALES

NUDOS	Xi,1+Yi,1	Xi,2+Yi,2	Xi,3+Yi,3
= 1			
= 2	-0.2000	-0.2000	16.0000
= 3	9.8262	0.0212	11.9441
= 4	19.8744	0.1198	7.9384
= 5	29.9354	0.1140	3.9639
= 6	40.0000	0.0000	0.0000
= 7	0.0212	9.8262	11.9441
= 8	9.7515	9.7515	8.8810
= 9	19.8646	10.0145	6.4881
= 10	29.7222	10.2778	4.8045
= 11	39.8860	10.0646	3.9639
= 12	0.1198	19.8744	7.9384
= 13	10.0145	19.6646	6.4881
= 14	20.0000	20.0000	6.0094
= 15	29.9855	20.3354	6.4881
= 16	39.8802	20.1256	7.9384
= 17	0.1140	29.9354	3.9639
= 18	10.2778	29.7222	4.8045
= 19	20.3354	29.9855	6.4881
= 20	30.2485	30.2485	8.8810
= 21	39.9788	30.1738	11.9441
= 22	0.0000	40.0000	0.0000
= 23	10.0646	39.8860	3.9639
= 24	20.1256	39.8802	7.9384
= 25	30.1738	39.9788	11.9441
	40.2000	40.2000	16.0000

i	j	Ti,j
1	2	
1	6	5406.7459
2	3	5406.7404
2	7	5399.3455
3	4	64.3620
3	8	5389.6509
4	5	52.6267
4	9	5388.9647
5	10	54.0741
6	7	5388.9591
6	11	64.3620
7	8	5395.3511
7	12	61.0691
8	9	61.0703
8	13	57.2928
9	10	52.2441
9	14	54.0741
10	15	57.2928
11	12	5389.6454
11	16	52.6273
12	13	5389.6509
12	17	52.2453
13	14	57.2922
13	18	52.2453
14	15	52.2441
14	19	52.6261
15	20	61.0691
16	17	5395.3455
16	21	54.0759
17	18	5388.9647
17	22	57.2934
18	19	61.0691
18	23	52.6273
19	20	64.3608
19	24	64.3632
20	25	5406.7459
21	22	5388.9647
22	23	5389.6454
23	24	5395.3511
24	25	5406.7459

Méthode itérative pour le calcul des câbles nets

José Manuel Antón Corrales, Dr. ingénieur des Ponts et Chaussées

Alfonso Recuero Fornies, ingénieur des Ponts et Chaussées

Cet article présente une méthode itérative pour le calcul de câbles nets permettant d'approcher, autant qu'on le veut, la solution théorique exacte, avec l'unique simplification de considérer les câbles droits entre tous les deux noeuds. La méthode a été essayée avec succès par les auteurs, même sur des câbles nets très plans.

Iterative method for the design calculation of stressed cable nets

José Manuel Antón Corrales, Dr. eng.

Alfonso Recuero Fornies, civil engineer

This paper describes an iterative method for the design calculation of stressed cable nets, which enables to attain a solution as close to the theoretical one as desired, with the only simplification of regarding the cables as being straight between knots. The method has been successfully tested by the authors, even for very flat nets.

Iterative Methode zur Berechnung von Spanngliedern

Dr. José Manuel Antón Corrales, Bauingenieur

Alfonso Recuero Fornies, Bauingenieur

In diesem Artikel wird eine iterative Methode zur Berechnung von Spanngliedern beschrieben, die die Näherung an die genaue theoretische Lösung soweit als gewünscht ermöglicht. Hierbei wurden als einzige Vereinfachung die Kabel zwischen zwei Knoten als gerade angenommen. Die Methode wurde von den Autoren selbst bei sehr flachen Gliedern mit Erfolg erprobt.